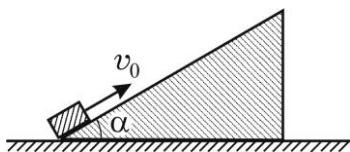


1.1.1. Задача. Кли́н массой $M = 1$ кг с углом $\alpha = 30^\circ$ при основании покоится на гладкой горизонтальной поверхности. На клин положили брусок массой $m = 0,1$ кг и ударом сообщили ему некоторую скорость, направленную вверх по клину. Найдите, какое количество теплоты Q выделилось в результате трения бруска о клин, если известно, что максимальная высота, на которую поднялся брусок от своего начального положения, $h = 20$ см. Коэффициент трения бруска о наклонную поверхность клина $\mu = 0,6$. Модуль ускорения свободного падения примите равным $g = 10$ м/с².



Вопросы. Чему равны сила трения покоя и сила трения скольжения? Дайте определение коэффициента трения.

1.1.1. Решение. Брусок и клин движутся под действием сил, изображенных на рисунке. В частности, к бруску приложены: сила тяжести $m\vec{g}$, нормальная составляющая силы реакции клина \vec{N} и сила трения $\vec{F}_{\text{тр}}$. В свою очередь, брусок действует на клин с силами \vec{N}' и $\vec{F}'_{\text{тр}}$, причем, по третьему закону Ньютона $N' = N$, $F'_{\text{тр}} = F_{\text{тр}}$. Обозначим через \vec{a} ускорение бруска в неподвижной системе отсчета. В соответствии с законом сложения ускорений, $\vec{a} = \vec{a}_0 + \vec{a}_1$, где \vec{a}_0 – ускорение клина, \vec{a}_1 – ускорение бруска относительно клина. Применяя к бруску второй закон Ньютона, имеем $m(\vec{a}_0 + \vec{a}_1) = m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{\text{тр}}$, или, в проекциях на оси координатной системы, изображенной на рисунке, $m(a_0 - a_1 \cos \alpha) = -N \sin \alpha - F_{\text{тр}} \cos \alpha$, $-ma_1 \sin \alpha = -mg + N \cos \alpha - F_{\text{тр}} \sin \alpha$. Уравнение движения клина в соответствии со вторым законом Ньютона имеет вид $Ma_0 = N \sin \alpha + F_{\text{тр}} \cos \alpha$. Учитывая, что по закону сухого трения модуль силы трения скольжения $F_{\text{тр}} = \mu N$, получаем следующую систему уравнений:

$$\begin{aligned} ma_1 \cos \alpha - ma_0 &= N \sin \alpha + \mu N \cos \alpha, \\ ma_1 \sin \alpha &= mg - N \cos \alpha + \mu N \sin \alpha, \\ Ma_0 &= N \sin \alpha + \mu N \cos \alpha. \end{aligned}$$

Решая эту систему, находим модуль силы нормального давления бруска на поверхность клина:

$$N = \frac{mg \cos \alpha}{1 + m(\sin^2 \alpha + \mu \sin \alpha \cos \alpha) / M}.$$

Модуль суммарной работы сил $\vec{F}_{\text{тр}}$ и $\vec{F}'_{\text{тр}}$ равен произведению модуля силы трения скольжения на модуль перемещения бруска относительно клина: $|A_{\text{тр}}| = \mu N h / \sin \alpha$. Учитывая, что по закону сохранения энергии количество теплоты, выделившееся при скольжении бруска по клину,

$$Q = |A_{\text{тр}}|, \text{ получаем, что } Q = \frac{\mu m g h \cos \alpha}{1 + m(\sin^2 \alpha + \mu \sin \alpha \cos \alpha) / M}.$$

Ответ: $Q = \frac{\mu m g h \cos \alpha}{1 + m(\sin^2 \alpha + \mu \sin \alpha \cos \alpha) / M} \approx 0,2 \text{ Дж.}$

2.6.1. Задача. В вертикально расположенном цилиндрическом сосуде с площадью сечения $S = 20 \text{ см}^2$ под поршнем массой $M = 4 \text{ кг}$ содержится идеальный одноатомный газ. Расстояние между поршнем и дном сосуда $h = 1 \text{ м}$. Газу сообщили количество теплоты $\Delta Q = 126 \text{ Дж}$. Во сколько раз α изменится среднеквадратичная скорость молекул газа? Атмосферное давление $p_0 = 100 \text{ кПа}$, ускорение свободного падения примите равным $g = 10 \text{ м/с}^2$. Трение поршня о стенки сосуда считайте пренебрежимо малым.

Вопросы. Что такое внутренняя энергия термодинамической системы? Какими способами можно изменить внутреннюю энергию?

2.6.1. Решение. Среднеквадратичная скорость молекул газа определяется выражением

$$v_{\text{ср. кв}} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}}, \text{ где } k - \text{постоянная Больцмана, } T - \text{абсолютная температура, } m_0 - \text{масса молекулы.}$$

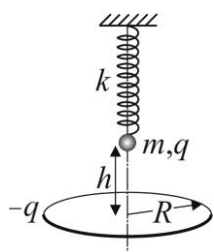
Следовательно, искомое отношение равно $\alpha = \sqrt{\frac{T_2}{T_1}}$, где T_2 и T_1 – температуры газа в конечном и начальном состояниях. Из уравнения начального состояния газа $\left(p_0 + \frac{Mg}{S}\right)hS = \nu RT_1$ находим

число молей газа $\nu = \frac{(p_0 S + Mg)h}{RT_1}$. При нагреве газ совершает изобарное расширение, поэтому

$$\Delta Q = \frac{5}{2} \nu R (T_2 - T_1). \text{ Подставляя сюда найденное выше } \nu, \text{ приходим к соотношению:}$$

$$\Delta Q = \frac{5}{2} (p_0 S + Mg) h \left(\frac{T_2}{T_1} - 1 \right). \text{ Ответ: } \alpha = \sqrt{1 + \frac{2\Delta Q}{5(p_0 S + Mg)h}} = 1,1.$$

3.5.1. Задача. Над закреплённым проволочным кольцом радиуса R , расположенным горизонтально, на пружине подвешена маленькая заряженная бусинка (см. рисунок). Заряд бусинки $q = 1 \text{ мкКл}$ равен по модулю и противоположен по знаку заряду кольца. Бусинка располагается точно над центром кольца на высоте $h = R = 20 \text{ см}$. Определите максимальную скорость v_{max} бусинки в процессе её малых свободных колебаний, которые возникают после мгновенной нейтрализации заряда кольца. Масса бусинки $m = 9 \text{ г}$, жёсткость пружины $k = 10 \text{ Н/м}$. Электрическую постоянную примите равной $\epsilon_0 = 9 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$. Указание: для упрощения записи ответа в общем виде используйте равенство $h = R$.



Вопросы. Какие колебания называют гармоническими? Что такое амплитуда и фаза гармонических колебаний?

3.5.1. Решение. До нейтрализации заряда кольца пружина растянута под действием силы тяжести mg и силы электростатического притяжения со стороны равномерно заряженного кольца

$$F_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2 h}{(R^2 + h^2)^{3/2}}. \text{ С учётом равенства } h \text{ и } R \text{ последнюю запись легко упростить:}$$

$$F_e = \frac{1}{8\sqrt{2}\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{R^2}. \text{ После нейтрализации заряда кольца положение равновесия бусинки скачком}$$

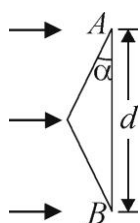
изменится на новое, находящееся на расстоянии $\Delta x = \frac{F_e}{k}$ от первоначального. В результате возникнут

гармонические колебания бусинки с амплитудой $A = \Delta x = \frac{1}{8\sqrt{2\pi\epsilon_0}} \frac{q^2}{kR^2}$ и циклической частотой

$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$. Максимальное (амплитудное) значение скорости движения бусинки равно при этом

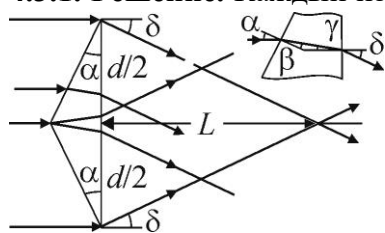
$$v_{\max} = A \cdot \omega_0 = \frac{1}{8\sqrt{2\pi\epsilon_0}} \frac{q^2}{kR^2} \cdot \sqrt{\frac{k}{m}}. \quad \text{Ответ: } v_{\max} = \frac{1}{8\sqrt{2\pi\epsilon_0}} \frac{q^2}{\sqrt{mk}R^2} \approx 0,26 \text{ м/с.}$$

4.3.1. Задача. На равнобедренную стеклянную призму падает широкий параллельный пучок света, перпендикулярный грани AB , ширина которой $d = 5$ см. На каком расстоянии L от грани AB преломленный призмой свет разделится на два не перекрывающихся пучка? Показатель преломления стекла $n = 1,5$, угол при основании призмы $\alpha = 0,1$ рад. При расчетах учтите, что для малых углов, заданных в радианах, $\text{tg } \alpha \approx \sin \alpha \approx \alpha$.



Вопросы. Сформулируйте закон отражения света. Приведите пример построения изображения предмета в плоском зеркале.

4.3.1. Решение. Каждый из лучей света, падающих на призму, преломляется дважды: на передней и задней ее гранях (см. рисунок). Закон преломления на этих гранях, записанный с учетом малости углов падения и преломления, дает



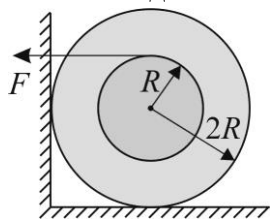
следующие соотношения: $\beta = \frac{\alpha}{n}$, $\delta = n\gamma$. Поскольку $\gamma = \alpha - \beta$,

получаем для угла преломления δ значение $\delta = \alpha(n-1)$. Из рисунка видно, что пучки света, преломленные призмой, перестанут

перекрываться на расстоянии L , удовлетворяющем условию: $L = \frac{d}{2 \text{tg } \delta} \approx \frac{d}{2\delta}$. Объединяя

записанные выражения, находим, что $L = \frac{d}{2\alpha(n-1)}$. **Ответ:** $L = \frac{d}{2\alpha(n-1)} \approx 50$ см.

1.10.2. Задача. Катушку массой $M = 720$ г и радиусом внутреннего цилиндра R , имеющую внешний радиус $2R$, положили на горизонтальный пол и прислонили к вертикальной стене, как показано на рисунке. На внутренний цилиндр катушки намотали лёгкую нить. Определите, при каком минимальном значении модуля F силы, приложенной к нити и направленной горизонтально влево, катушка начнёт вращаться. Коэффициенты трения скольжения катушки о пол и стену одинаковы и равны $\mu = 0,2$. Ускорение свободного падения примите равным $g = 10$ м/с².



Вопросы. Чему равны сила трения покоя и сила трения скольжения? Дайте определение коэффициента трения.

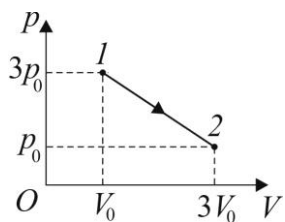
1.10.2. Решение. Катушка находится в равновесии под действием сил, модули и направления которых показаны на рисунке. Здесь N_1 и $F_{\text{тр}1}$ действуют на катушку со стороны стены, N_2 и $F_{\text{тр}2}$ – со стороны пола, Mg – со стороны Земли и F – со стороны нити. Поскольку ускорение катушки должно оставаться равным нулю, то сумма моментов и действующих на катушку сил должны быть равны нулю. По закону сухого трения: $F_{\text{тр}1} = \mu \cdot N_1$, $F_{\text{тр}2} = \mu \cdot N_2$. Имеем следующую систему уравнений: $N_1 - \mu N_2 - F = 0$, $Mg - N_2 - \mu N_1 = 0$ и

$$FR = 2\mu R(N_1 + N_2).$$

Из первых двух уравнений следует, что $N_1 = \frac{\mu Mg + F}{1 + \mu^2}$ и $N_2 = \frac{Mg - \mu F}{1 + \mu^2}$.

Подставляя эти значения в третье уравнение, получаем: $F = 2\mu \left(\frac{\mu Mg + F}{1 + \mu^2} + \frac{Mg - \mu F}{1 + \mu^2} \right)$, откуда

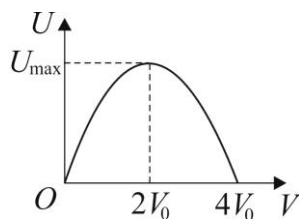
$$F = \frac{2Mg\mu(1 + \mu)}{1 - 2\mu + 3\mu^2}. \quad \text{Ответ: } F = \frac{2Mg\mu(1 + \mu)}{1 - 2\mu + 3\mu^2} = 4,8 \text{ Н.}$$



2.4.1. Задача. При расширении некоторого количества аргона его давление уменьшается так, как показано на p – V -диаграмме (см. рисунок). Определите максимальное значение U_{max} внутренней энергии газа в процессе $1-2$. Начальные значения объёма и давления газа равны $V_0 = 0,1$ м³ и $p_0 = 5 \cdot 10^4$ Па соответственно.

Вопросы. Что такое внутренняя энергия термодинамической системы? Какими способами можно изменить внутреннюю энергию?

2.4.1. Решение. Зависимость давления от объёма в процессе $1-2$ описывается линейной функцией вида $p(V) = b - kV$. По условию $p(V_0) = 3p_0$, $p(3V_0) = p_0$, или $3p_0 = b - kV_0$, $p_0 = b - 3kV_0$. Из этой



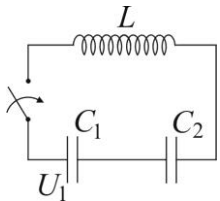
системы находим, что $b = 4V_0$, $k = \frac{p_0}{V_0}$. Следовательно, $p = 4p_0 - \frac{p_0}{V_0}V$. Для

аргона, который можно считать одноатомным идеальным газом, $U = \frac{3}{2}pV$

и зависимость внутренней энергии от объёма имеет вид

$U = \frac{3}{2}(4p_0V - \frac{p_0}{V_0}V^2)$. График зависимости $U(V)$ изображен на рисунке, причем он пересекает ось абсцисс в точках $V = 0$ и $V = 4V_0$. Поэтому максимум внутренней энергии достигается при объеме аргона $V = 2V_0$. Максимальное значение U равно $U_{\max} = \frac{3}{2} \cdot 4p_0V_0$. **Ответ:** $U_{\max} = 6p_0V_0 = 30$ кДж.

3.6.2. Задача. В цепи, показанной на рисунке, конденсатор емкостью $C_1 = 10^{-5}$ Ф вначале заряжен до некоторого напряжения U_1 , а конденсатор емкостью $C_2 = 10^{-6}$ Ф разряжен. Известно, что в процессе колебаний, возникающих в цепи после замыкания ключа, амплитуда напряжения на конденсаторе C_2 оказалась равной $U_{2\max} = 364$ В. До какого напряжения U_1 был заряжен конденсатор C_1 первоначально? Потерями в соединительных проводах и в катушке индуктивности можно пренебречь.



Вопросы. В чем состоит явление самоиндукции? Дайте определение индуктивности контура.

3.6.2. Решение. После замыкания ключа в цепи возникают гармонические колебания, в процессе которых происходит периодическая перезарядка конденсаторов. В каждый момент времени суммарное напряжение на конденсаторах равно напряжению на катушке, которое, в свою очередь, опережает по фазе ток в цепи на $\pi/2$. В момент достижения максимального напряжения на конденсаторах ток в цепи обратится в нуль, следовательно, вся энергия будет сосредоточена в конденсаторах. При этом на конденсатор C_2 перетечет из конденсатора C_1 некоторый заряд q , а на конденсаторе C_1 останется заряд $C_1U_1 - q$. Величину заряда q на конденсаторе C_2 можно найти из закона сохранения энергии в контуре. Поскольку в рассматриваемый момент времени магнитная энергия обращается в нуль, справедливо равенство: $\frac{1}{2}C_1U_1^2 = \frac{(C_1U_1 - q)^2}{2C_1} + \frac{q^2}{2C_2}$. Отсюда

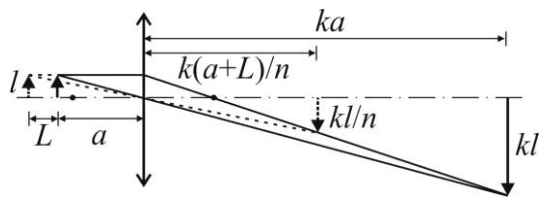
$$q = 2U_1 \frac{C_1C_2}{C_1 + C_2}. \quad \text{Учитывая, что } U_2 = \frac{q}{C_2}, \quad \text{получаем, что } U_{2\max} = \frac{2U_1C_1}{C_1 + C_2}. \quad \text{Отсюда}$$

$$U_1 = \frac{(C_1 + C_2)U_{2\max}}{2C_1}. \quad \text{Ответ: } U_1 = \frac{(C_1 + C_2)U_{2\max}}{2C_1} \approx 200 \text{ В.}$$

4.10.1. Задача. С помощью тонкой собирающей линзы получили увеличенное в $k = 5$ раз действительное изображение предмета, расположенного вблизи главной оптической оси линзы. Если расстояние между линзой и предметом увеличить на $L = 1$ см, то изображение предмета станет меньше в $n = 2$ раза. Определите фокусное расстояние линзы F .

Вопросы. Запишите формулу тонкой линзы. Чему равно увеличение, даваемое линзой?

4.10.1. Решение. Построение изображений предмета при двух его положениях показано на рисунке. Из формулы тонкой линзы следуют равенства: $\frac{1}{a} + \frac{1}{ka} = \frac{1}{F}$ и $\frac{1}{a+L} + \frac{n}{k(a+L)} = \frac{1}{F}$. Исключая из этих равенств a , находим, что $F = \frac{kL}{n-1}$.



Ответ: $F = \frac{kL}{n-1} = 5$ см.

Критерии проверки (10-11 класс)

Задачи (каждая задача оценивается максимально в 15 баллов)

1. Задача вовсе не решалась – **0 баллов**.
2. Задача не решена, нет частично сформулированных необходимых физических законов, но есть попытка решения – **1 балл**.
3. Задача не решена, но частично сформулированы необходимые физические законы: **3 балла**.
4. Задача не решена, но правильно сформулированы физические законы и записаны основные уравнения, необходимые для решения задачи: **6 баллов**.
5. Задача решена численно, без ответа в общем виде, но **возможно** проследить ход решения: **8 баллов**.
6. Задача решена численно, без ответа в общем виде, и **невозможно** проследить ход решения: **0 баллов**.
7. Задача решена в общем виде, но нет численного ответа: **13 балла**.
8. Задача решена полностью (получен ответ в общем виде и численно правильный ответ): **15 баллов**.

Теоретическое задание (каждый вопрос оценивается максимально в 10 баллов)

Глубина ответа на теоретическое задание определяется содержанием рекомендованной литературы, указанной в издании: Олимпиада школьников «Ломоносов». Учебно-методическое пособие. // Коллектив авторов под редакцией В. А. Садовниченко. [Электронный ресурс] – М.: МГУ имени М. В. Ломоносова, 2014 (ISBN 978-5-19-011035-7).

1. Ответ на вопрос полностью отсутствует – **0 баллов**.
2. Ответ не верный, но есть попытка ответа – **1 балл**.
3. Ответ является неполным (дан формальный ответ на одну часть вопроса, но отсутствуют или не полностью приведены необходимые пояснения; ответ на вторую часть вопроса или полностью отсутствует, или не верный) – **2 балла**.
4. Ответ является неполным (дан полный ответ только на одну часть вопроса; ответ на вторую часть вопроса или полностью отсутствует, или не верный) – **5 баллов**.
5. Ответ является неполным (даны формально ответы на обе части вопроса, но отсутствуют или не полностью приведены необходимые пояснения) – **5 баллов**.
6. Ответ является неполным (дан полный ответ на одну часть вопроса; дан формальный ответ на вторую часть вопроса, но отсутствуют или не полностью приведены необходимые пояснения) – **8 баллов**.
7. Ответ является полным (содержит по обеим частям вопроса определения и формулировки законов, с пояснением смысла формул; все величины, входящие в формулы, расшифрованы; описаны все детали и условия применимости физических законов; указаны размерности физических величин) – **10 баллов**.